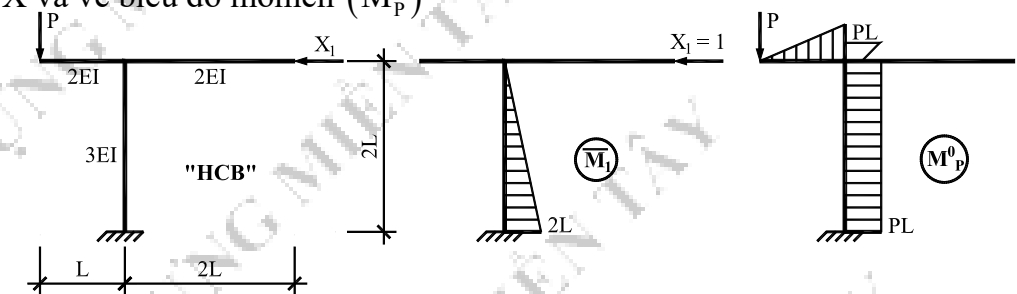
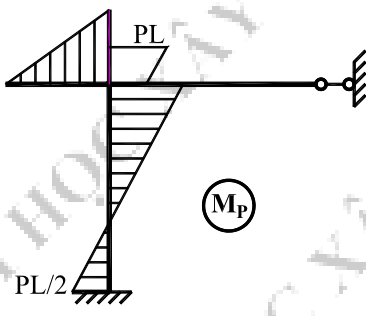


Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1	a	Tần số dao động riêng	4,00
		Đặt lực P tại vị trí khối lượng M theo phương đứng để xác định phản lực X và vẽ biểu đồ mômen (M_p)	
			1,25
		(Hệ cơ bản 0,25đ; biểu đồ mômen (\overline{M}_1) 0,50đ; biểu đồ mômen (M_p^0) 0,50đ)	
		Phương trình chính tắc: $\delta_{11}^* \times X_1 + \Delta_{1P}^* = 0$	0,25
		$\delta_{11}^* = \frac{2L \times 2L \times 2L}{3 \times 3EI} = \frac{8L^3}{9EI}$	0,25
		$\Delta_{1P}^* = \frac{2L \times 2L \times PL}{2 \times 3EI} = \frac{2PL^3}{3EI}$	0,25
$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}^*}{\delta_{11}^*} = -\frac{3P}{4}$	0,25		
Vẽ biểu đồ mômen (M_p) = (\overline{M}_1) \times X ₁ + (M_p^0)			
	0,50		

	<p>Xem lực $P = 1$ để xác định chuyển vị đơn vị.</p> $\delta_{11} = \frac{(M_p) \times (M_p)}{EI} = \frac{L \times L \times L}{3 \times 2EI}$ $+ \frac{2L}{6 \times 3EI} \left[2 \left(\frac{L}{2} \times \frac{L}{2} + L \times L \right) - 2 \times \frac{L}{2} \times L \right] = \frac{L^3}{3EI}$ <p>(Hoặc tạo trạng thái “k” vẽ biểu đồ mômen (\overline{M}_k), sau đó nhân hai biểu đồ (\overline{M}_k) với (M_p) để tìm δ_{11})</p>	0,50
	$\omega = \sqrt{\frac{g}{Q \times \delta_{11}}} = \sqrt{\frac{g}{Q} \times \frac{3EI}{L^3}}$	0,25
	$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{981}{32} \times \frac{3 \times 2 \times 10^4 \times 9840}{(150)^3}} = 73,2311 \text{ s}^{-1}$	0,50
b	Chu kỳ dao động	0,50
	$T = \frac{2\pi}{\omega}$	0,25
	$T = \frac{2\pi}{73,2311} = 0,0858 \text{ s}$	0,25
c	Tần số kỹ thuật	0,50
	$n = \frac{60}{T}$	0,25
	$n = \frac{60}{0,0858} = 699,3007 \text{ 1/phút}$	0,25
Tổng điểm câu 1		5,00

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
2		<p>Ma trận mềm, ma trận khối lượng</p> <p>Đặt lực đơn vị $P = 1$ tại vị trí khối lượng theo phương 1 và phương 2, vẽ biểu đồ mômen (\overline{M}_1), (\overline{M}_2)</p>	1,75
			0,50
	a	$\delta_{11} = \frac{(\overline{M}_2) \times (\overline{M}_2)}{EI} = \frac{1}{EI} \times \frac{L}{6} \times [2 \times (2L \times 2L + L \times L) + 2L \times L + L \times 2L]$ $+ \frac{1}{EI} \times L \times L \times L + \frac{1}{EI} \times L \times L \times L \times \frac{1}{3} = \frac{11L^3}{3EI}$	0,25
		$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_2)}{EI} = -\frac{1}{EI} \times (2L + L) \times \frac{L}{2} \times L - \frac{1}{EI} \times \frac{1}{2} \times L \times L \times L$ $= -\frac{2L^3}{EI}$	0,25
		$\delta_{22} = \frac{(\overline{M}_1) \times (\overline{M}_1)}{EI} = \frac{1}{EI} \times L \times L \times L + \frac{1}{EI} \times L \times L \times L \times \frac{1}{3} = \frac{4L^3}{3EI}$	0,25
		<p>Ma trận mềm:</p> $[F] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{L^3}{3EI} \begin{bmatrix} 11 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix}$	0,25
		<p>Ma trận khối lượng:</p> <p>+ Σm_i theo phương 1: $m_1 = 2M$</p> <p>+ Σm_i theo phương 2: $m_2 = 2M$</p> $[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	0,25
		Tần số dao động riêng	2,25
	b	Phương trình tần số viết dưới dạng ma trận:	0,25

	$\left[[F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \right] = 0 \quad \text{Đặt } A = [F][M] - \frac{1}{\omega^2} [E] \quad (*)$	
	$\Rightarrow A = \frac{ML^3}{3EI} \begin{bmatrix} 11 & -6 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} - \frac{1}{\omega^2} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	0,25
	$\Leftrightarrow A = \frac{ML^3}{3EI} \times \begin{bmatrix} 22-u & -12 \\ -12 & 8-u \end{bmatrix} \quad \text{với } u = \frac{1}{\omega^2} \times \frac{3EI}{ML^3} \quad (**)$	
	$(*) \Leftrightarrow A = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 22-u & -12 \\ -12 & 8-u \end{vmatrix} = 0$ Khai triển định thức thu được phương trình: $u^2 - 30u + 32 = 0$	0,50
	Giải phương trình, ta được: $u_1 = 28,8924 \quad \text{và} \quad u_2 = 1,1076$	0,25
	$(**) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{u_i} \times \frac{3EI}{ML^3}}$	0,25
	$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{u_1} \times \frac{3EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{28,8924} \times \frac{3 \times 12}{0,05}} = 4,9920 \text{ s}^{-1}$	0,25
	$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{u_2} \times \frac{3EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{1}{1,1076} \times \frac{3 \times 12}{0,05}} = 25,4962 \text{ s}^{-1}$	0,25
	Tần số dao động riêng (sắp xếp tăng dần theo ω): $\omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,9920 \\ 25,4962 \end{Bmatrix} \text{ s}^{-1}$	0,25
	Ma trận dạng dao động riêng	1,00
	Xác định dạng dao động riêng: $\{\varphi_i^*\} = -[B_{11}]^{-1} \{B_1\}^{(i)} = -\frac{-12}{8-u_i} \quad (***)$	0,25
	Chọn chuyển vị tại vị trí khối lượng m_1 bằng 1, nghĩa là $\varphi_{11} = 1$ và $\varphi_{12} = 1$	0,25
c	Với $u_1 = 28,8924$ và $u_2 = 1,1076$ thay vào (***) $\Rightarrow \begin{cases} \varphi_{21} = -0,5744 \\ \varphi_{22} = 1,7410 \end{cases}$	0,25
	Ma trận các dạng dao động riêng: $[\varphi] = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,5744 & 1,7410 \end{bmatrix}$	0,25
	Tổng điểm câu 2	5,00